2013년도 한국철도학회 추계학술대회 논문집 KSR2013A074

외란을 고려한 열차간격 최적제어 알고리즘 연구

A study about optimal control algorithm for train interval under disturbance

김기웅*, 박민기†

Kiwoong Kim*, Minkee Park†

Abstract Train operation on metro line follows the time table that is pre-written. But, actually during the running of train, unexpected delay occurs, and then, the delay of one train will be expanded as a whole the line more and more by running. Therefore, when disturbance occurs on the train, to control the traffic in order to reduce the delay to be expanded and follow the schedule is an important issue. In this paper, we study traffic mode through the discrete event approach and design the control model that is suitable for metro line. Then, we design the control law that control to the running time and staying time with optimal control method.

Keywords **:** Train traffic control, Traffic interval control

초 록 도시철도에서 열차의 운행은 미리 작성된 운행계획을 따른다. 그러나, 실제로 열차 운행 중에는 예상치 않은 지연이 발생하며, 한 열차의 지연시간은 운행함에 따라 노선 전체로 확대되어 정상적인 운행이 어려워진다. 따라서, 운행 중에 외란이 발생하면 지연이 확대되는 것을 줄이고 운행계획을 따르도록 제어하는 것은 매우 중요한 문제이다. 본 연구에서는 이산적인 이벤트 접근법(discrete event approach)에서 제시한 열차운행 모델을 상용 노선에 적합한 제어 모델로 설계하고, 제어 방법으로 최적제어 방법을 이용하여 열차의 운행시간과 정차시간을 제어하도록 구현한다.

주요어 : 열차운행제어, 열차간격제어

1. 서 론

도시철도에서 열차의 운행은 시스템의 안전조건, 수송능력, 승객의 혼잡도 등을 고려하여 사전에 계획된 열차운행계획을 따라야 하지만, 외란이 발생하여 계획과의 시간 편차가 발생하고 열차 사이의 간격이 길어지면 대기 승객이 증가하여 그 편차는 더욱 커진다. 따라서, 열차의 간격을 적절하게 제어하는 것은 노선 전체의 안정한 운행을 위해서 중요하다. 본 연구의 2장에서 이산적인 이벤트 접근법(discrete event approach)에서 제시된 open 노선 형태의 열차운행모델을 해석하고, 3장에서는 상용 노선에 적합하도록 정차시간 제어를 포함한 상태궤환제어(state feedback control)모델을 설계한다. 그리고, 마지막 장에서는 연구 결과와 향후 과제에 관하여 기술한다.

† 교신저자: 서울과학기술대학교 전자IT미디어공학과(mkpark@seoultech.ac.kr)

* 서울과학기술대학교 전기신호공학과

2. 열차 운행 해석

2.1 노선 형태

도시철도 노선의 형태는 Fig. 1과 같이 open 노선 형태와 loop 노선형태 두 가지로 구분할 수 있다. 첫째, open 노선 형태는 승강장 인덱스와 열차의 인덱스를 각각 1~N, 1~M 으로 정한다. 모든 열차들은 첫 번째 승강장에서 출발하여 마지막 승강장인 N에서 노선을 떠난다. 둘째, loop 노선 형태는 모든 열차들이 마지막 역에 도착하여 다시 순환하는 형태로써 정해진 수의 열차가 지나치는 역의 순차적인 인덱스는 {1,2,…,N,1,2,…}이 된다.

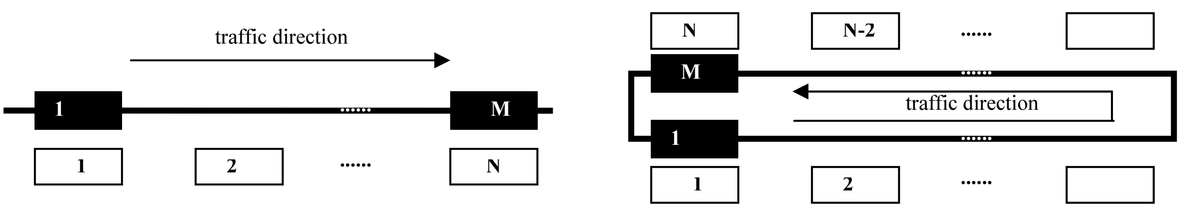

Fig. 1 open and loop line structure

2.2 열차 운행

이 장에서는 이산적인 접근법에서 제시된 open 노선 형태의 열차운행 모델을 해석한다. 앞으로 위 첨자는 열차 인덱스를 아래 첨자는 승강장 인덱스를 나타내고, 열차 <i>는 $1 \leq i \leq M$, 승강장 <k>는 $1 \leq i \leq N$ 이다. 예를 들어, t_k^i는 승강장 <k>에서 열차 <i>의 출발시각을 표현한다. 연속되는 승강장 <k> 와 <k+1>에서 열차 <i>의 출발시각 관계는

$$t_{k+1}^i = t_k^i + r_k^i + s_{k+1}^i \tag{1}$$

로 표현된다. 여기서, r_k^i는 승강장 <k>에서 <k+1>까지 열차 <i>의 운행시간이고, s_{k+1}^i는 승강장 <k>에서 열차 <i>의 정차시간 이다. 여기에서 r_k^i와 s_{k+1}^i의 모델링을 수학적으로 간소화 하기 위하여 몇 가지를 가정한다.

- 가정 1: 차량 수 등의 일반적인 운영조건은 일정하다.
- 가정 2: 열차의 운행시간은 승차한 승객 수와 무관하다.
- 가정 3: 승강장 <k>에서 열차 <i>에 승차할 승객 수는 열차 <i-1>과 <i>의 출발시간 간격에 비례하여 증가한다.

가정 1, 2에 의하여 운행시간 r_k^i는

$$r_k^i = R_k + u_k^i + w1_k^i \tag{2}$$

로 표현할 수 있다. 여기서, R_k 는 승강장 <k>에서<k+1>까지 정규 운행시간, u_k^i는 승강장 <k>와 <k+1>사이에 열차 <i>의 운행시간을 제어하는 동작이며, $w1_k^i$는 외란이다.

정차시간 s_{k+1}^i는 가정 1, 3에 의하여

$$s_{k+1}^i = S + c_{k+1}(t_{k+1}^i - t_{k+1}^{i-1}) + w2_{k+1}^i \tag{3}$$

으로 표현할 수 있다. 여기서, S 는 정차하여 출입문을 여닫는데 필요한 최소 정차시간, c_{k+1}는 승강장 <k+1>에서 두 연속 열차의 출발시각 사이 간격에 의한 지연률(delay rate)로 승객의 증가와 관련된다. $w2_{k+1}^i$는 외란이다.

3. 열차운행 제어 모델링

3.1 열차운행 모델

이 장에서는 2장에서 해석한 열차운행 모델을 상용노선에 적합하도록 모델링 한다. 먼저, 이동 폐색방식이 아닌 대부분의 도시철도 노선에서 다음의 제약 조건을 고려해야 한다.

-제약 1: 역간 거리가 짧은 상용 노선에서 운행시간 조절은 일정한 한계를 가진다.
-제약 2: 열차가 운행 중에는 이미 설정된 운행시간을 조절할 수 없다.

제약 1과 2에 의해서 운행시간을 제어하는 것은 시간적, 공간적인 한계를 가짐으로 제어 동작에 관하여 Fig. 2와 같은 개념적인 접근을 통하여 모델링 한다.

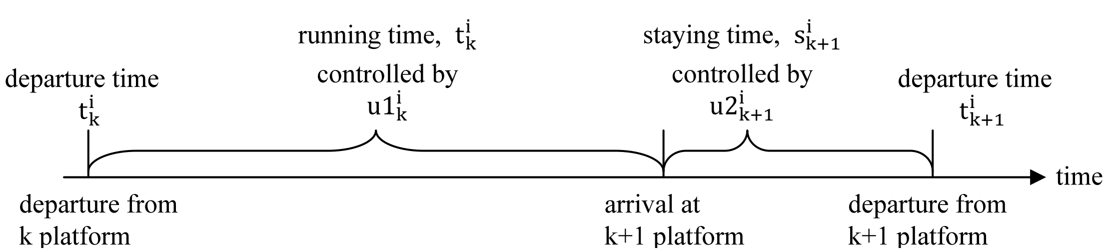

Fig. 2 concept of control action

그러면, 식(2)와 (3)은

$$r_k^i = R_k + u1_k^i + w1_k^i \tag{4}$$

$$s_{k+1}^i = S + c_{k+1}(t_{k+1}^i - t_{k+1}^{i-1}) + u2_{k+1}^i + w2_{k+1}^i \tag{5}$$

와 같이 모델링 하여 정차시간을 제어동작에 포함하도록 한다. 즉, 식(4)에서 $u1_k^i$ 는 운행시간을 제어하고, 식(5)에서 S는 정규 정차시간으로 하며, $u2_{k+1}^i$는 정차시간을 제어한다.

식(4)와 (5)을 이용하여 식(1)을 다시 쓰면

$$(1-c_{k+1})t_{k+1}^i = t_k^i - c_{k+1}t_{k+1}^{i-1} + S + R_k + u_k^i + w_k^i \tag{6}$$

여기서, $u_k^i = u1_k^i + u2_{k+1}^i$, $w_k^i = w1_k^i + w2_{k+1}^i$이다. 식(6)은 연속하는 두 승강장 사이에서 연속하는 두 열차의 출발시각 사이의 관계식이며, 출발시각 t_k^i(i=1, ..., M; k=1, ..., N)의 모든 조합으로 전체 노선의 모든 열차를 고려하기 위하여 다음의 가정을 한다.

-가정 4: 노선 운영의 초기상태는 정규 운행 상태이다.

즉, $t_k^0 = T_k^0,\ \forall k, t_0^i = T_0^i,\ \forall i$를 만족한다.

정규 스케줄의 출발시각 T_k^i에 대한 실제 열차의 출발 시각 시편차를 $x_k^i \triangleq t_k^i - T_k^i$로 정의 하고, 식(6)을 바꾸어 표현하면

$$(1-c_{k+1})x_{k+1}^i + c_{k+1}x_{k+1}^{i-1} = x_k^i + u_k^i + w_k^i,\ k \geq 0,\ i \geq 1 \tag{7}$$

이며, 식(7)은 시편차로 표현된 열차운행 모델이다.

3.2 열차운행 제어 모델

실시간 상태궤환제어(state feedback control)에 적합하도록 상태, 제어입력, 외란입력 벡터를 다음과 같이 정의한다.

$$X_j = [x_1^{j-1} x_2^{j-2} \cdots x_N^{j-N}]^T$$

$$U_j = [u_0^j u_1^{j-1} \cdots u_{N-1}^{j-N+1}]^T$$

$$W_j = [w_0^j w_1^{j-1} \cdots w_{N-1}^{j-N+1}]^T$$

여기서, 상태 벡터X_j 는 시편차 x_k^i로 구성되며, 인덱스 <i>와 <k>의 합이 상태 인덱스 j와 같다. 즉, $X_j = \{x_k^i | i+k=j\}$이다. 모든 <i>와 <k>에 대해 x_{k+1}^i는 x_k^i와 x_{k+1}^{i-1}에 의해 생성되는 식(7)과 같이 X_{j+1}는 X_j 에 의해 생성된다. 따라서, 다음의 상태공간 모델로 표현할 수 있다.

$$X_{j+1} = AX_j + BU_j + BW_j \tag{8}$$

여기서,

$$A = \begin{bmatrix} -\dfrac{c_1}{1-c_1} & 0 & 0 & 0 \\ \dfrac{1}{1-c_2} & -\dfrac{c_2}{1-c_2} & 0 & 0 \\ & & \ddots & 0 \\ 0 & \ddots & & \\ 0 & 0 & \dfrac{1}{1-c_{N-1}} & -\dfrac{c_N}{1-c_N} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{1-c_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \dfrac{1}{1-c_2} & 0 & 0 \\ & & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & & \\ 0 & 0 & 0 & \dfrac{1}{1-c_N} \end{bmatrix}$$

상태 X_j 에 대하여 제어법칙 U_j는 식(8)의 선형 조건에서 성능지수 J가 최소화 되도록 해야 하며, 이때 J는

$$J = pX_{j+1}^T X_{j+1} + q(X_{j+1} - X_j)^T (X_{j+1} - X_j) + U_j^T U_j \tag{9}$$

식(9)의 첫 번째 항은 정규 스케줄에 관한 시편차 제어를 제한하며, 두 번째 항은 연속하는 두 열차의 간격 시편차 제어를 제한함으로써 정규 스케줄과 무관하게 일정 간격 운행을 개선하는데 이용할 수 있다. 세 번째 항은 제어가 너무 커지지 않도록 한다. 따라서, p와 q의 값은 제어가 계획 시편차와 간격 시편차를 함께 반영함을 알 수 있다. X_j 에 선형인 식(8)의 조건에서 성능지수 J를 최소화하는 제어법칙 U_j 는

$$U_j = -[I_N + (p+q)B^T B]^{-1}[(p+q)B^T A - qB^T]X_j \tag{10}$$

여기서, I_N 은 N 차원의 단위행렬이며, U_j 의 각 제어 요소는

$$u_k^i = -g_{k+1}x_k^i + f_{k+1}x_{k+1}^{i-1} \tag{11}$$

와 같이 표현되고, 여기서,

$$g_{k+1} = \frac{p+q}{p+q+(1-c_{k+1})^2}, \qquad f_{k+1} = \frac{p+qc_{k+1}}{p+q+(1-c_{k+1})^2}$$

식(11)의 제어 요소 u_k^i는 열차운행 모델식(7)에서 $u_k^i = u1_k^i + u2_{k+1}^i$이므로, 다음의 제어 조건식을 적용한다.

$$\begin{pmatrix} \text{if } u_k^i > \alpha_k, & u1_k^i = 0 \\ \text{if } u_k^i < \alpha_k, & u2_{k+1}^i = 0 \end{pmatrix} \tag{12}$$

여기서, α_k는 운행시간과 정차시간의 제어동작 사이에서 열차의 운행거리에 따라서 조정이 가능한 값이다. 예를 들면, 운행거리가 길면 α_k의 값을 작게 하고, 운행거리가 짧으면 α_k의 값은 상대적으로 크게 한다.

4. 결론

승강장 <k>에서 I 열차들의 계획 시편차 값들의 제곱 평균을 Q_k라 할 때

$$Q_k = \frac{1}{I}\sum_{i=1}^{I}(x_k^i)^2$$

모든 열차가 정규 운행 모드로 운행 한다면 $Q_k = 0$이다. 반면, 운행중인 열차에 외란이 발생하면 $Q_{k+1} > Q_k$ 가 되고, 시편차는 노선을 따라서 계속 증가된다. 그러나, 식(10)의 제어법칙에 의하여 식(9)의 상태공간모델을 제어하면 state matrix의 eigenvalue가 좌반면에 있음으로 지수적으로 수렴함을 알 수 있다. 향후 제안 모델의 열차운행 시뮬레이션에 관하여 연구 할 것이다.

참고문헌

[1] Ingo A. Hansen, Jörn Pachl (2008) Railway Timetable & Traffic Analysis. Modelling. Simulation, Eurail Press, Germany, pp. 9-208.

[2] W. S. Levine and M. Athans (1996) On the optimal error regulation of a string of moving vehicles, *IEEE Transactions on Automatic control, vol. AC-11,* pp. 355-361.

[3] J. E. Cury, F. A. Comide, and M. J. Mendes (1980) A methodology for generation of optimal schedules for an underground railway system, *IEEE Transactions on Automatic control, vol. AC-25, no. 2,* pp. 217-222.

[4] S. Araya and S. Sone (1984) Traffic dynamics of automated transit systems with pre-established schedule, *IEEE Transportation system, vol. 14, no. 2,* pp. 677-687.

[5] V. Van Breusegem, G. Campion, and G. Bastin (1991) Traffic modeling and state feedback control for metro lines, *IEEE Transactions on Automatic control, vol. 36, no. 7*, pp. 770-784.